



Institute of Economic Research Working Papers

No. 4/2014

**Odległość ekonomiczna w modelowaniu zjawisk
przestrzennych z wykorzystaniem modelu grawitacji**

*Michał Bernard Pietrzak
Justyna Wilk*

Toruń, Poland 2014

© Copyright: Creative Commons Attribution 3.0 License

Michał Bernard Pietrzak

pietrzak@umk.pl

Nicolaus Copernicus University in Toruń, Department of Econometrics and
Statistics, ul. Gagarina 13a, 87-100 Toruń

Justyna Wilk

justyna.wilk@ue.wroc.pl

Wrocław University of Economics, Department of Econometrics and Computer
Science, ul. Nowowiejska 3, 58-500 Jelenia Góra

Odległość ekonomiczna w modelowaniu zjawisk przestrzennych z wykorzystaniem modelu grawitacji

JEL Classification: *C21, J11, O11, O15, R11, R23*

Keywords: *economic distance, regional development, gravity model, internal migrations*

Abstract: The paper discusses the issue of an economic distance and its significance in modeling phenomena occurring in regional space. Economic distances between regions were determined and their influence on internal migration flows in Poland in the period 2000-2010 was examined. The period before Poland's accession to the EU, as well as two periods referring to the changes in economic trend and the intensity of domestic migrations, was considered. The economic distance is one of the most significant determinants of internal migration flows. In comparison to the geographical distance, it undergoes changes in time and space. Furthermore it affects the intensity of flows between regions in the opposite direction. Higher economic distance results in more intensive interactions between regions.

Wprowadzenie

Odległość ekonomiczna stanowi istotne zagadnienie w badaniach przestrzennych. W przeciwieństwie do odległości geograficznej umożliwia ona identyfikację interakcji między regionami (zob. Cliff i Ord 1973, 1981, Anselin 1988, Zeliaś 1991, Suhecki 2010, Pietrzak 2010ab, 2012). Celem metodologicznym artykułu jest rozważenie zagadnienia odległości ekonomicznej, sposobów jej definiowania i pomiaru oraz znaczenia w modelowaniu zjawisk odbywających się w przestrzeni regionalnej. Celem aplikacyjnym jest zastosowanie odległości ekonomicznej w

ekonometrycznym modelu grawitacji, obrazującym uwarunkowania przepływów migracyjnych w Polsce w okresie 2000-2010.

Weryfikacji poddano cztery hipotezy badawcze. Zarówno odległość geograficzna, jak i odległość ekonomiczna mają istotny udział w kształtowaniu zjawisk przestrzennych. Oddziaływanie odległości ekonomicznej jest niestabilne w czasie. Odległość ekonomiczna, w przeciwieństwie do odległości geograficznej, wpływa stymulująco na poziom interakcji między regionami. Wstąpienie Polski do Unii Europejskiej spowodowało wzrost znaczenia odległości ekonomicznej dla krajowych przepływów migracyjnych.

Metodologia badawcza

Szczególną rolę wśród zjawisk przestrzennych pełnią zjawiska o charakterze przepływów międzyregionalnych, np. handel, migracje ludności, transport. W ekonomii dotyczą one w szczególności przepływu towarów, osób i kapitału. Modelowanie zjawisk w postaci przepływów wymaga uwzględnienia dwóch podstawowych kwestii. Należy rozważyć rolę czynników wypychających przepływy z regionu źródła (odpływ) oraz przyciągających przepływy do regionu docelowego (napływ). Oprócz odległości geograficznej, należy rozważyć wpływ odległości ekonomicznej na interakcje między regionami.

Narzędziem spełniającym oba kryteria jest ekonometryczny model grawitacji (zob. Sen i Smith 1995, Chojnicki 1966, LeSage i Pace 2009). Upowszechnienie modelu grawitacji w modelowaniu zjawisk ekonomicznych o charakterze przepływów międzyregionalnych nastąpiło dzięki pracy Tinbergena (1962), w której przedstawiono ich zastosowanie w analizie międzynarodowej wymiany handlowej. Inne studia empiryczne zawierają także m.in. prace Grabiński i in. (1988), Chojnicki, Czyż i Ratajczak (2011), Pietrzak i in. (2012).

Koncepcja modelu grawitacji nawiązuje do prawa powszechnego ciążenia Newtona, które głosi, że „każdy obiekt we wszechświecie przyciąga każdy inny obiekt z siłą, która jest wprost proporcjonalna do iloczynu ich mas i odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości między ich środkami” (zob. np. Letouzé i in. 2009, s. 13). Zatem istotną zmienną objaśniającą w modelu grawitacji jest odległość. W pierwszych pracach z zakresu modelu grawitacji odległość rozumiano w sensie fizycznym. Jednak konstrukcja modelu pozwala uwzględniać także inne rodzaje odległości, w tym odległość ekonomiczną. Model grawitacji (po dokonaniu linearyzacji logarytmicznej) przyjmuje następującą postać:

$$Y = \alpha_1 + \beta_1 X_o + \beta_2 X_d + \gamma d + \varepsilon, (1)$$

gdzie:

Y – wektor wielkości przepływów (np. migracji) z regionu źródła do regionu docelowego,

X_o (X_d) – wektor wartości zmiennej objaśniającej (np. PKB) w regionach źródłach (docelowych),

d – wektor odległości między regionami,

$\alpha_1, \beta_o, \beta_d, \gamma$ – parametry strukturalne modelu, ε – wektor wartości składnika losowego.

Celem badania jest określenie istotności, zmian w czasie oraz siły i kierunku oddziaływania odległości ekonomicznej na zjawisko migracji wewnętrznych w Polsce¹ w okresie 2000-2010, z wykorzystaniem modelu grawitacji. Najważniejszymi motywami migracji w Polsce są aspekty społeczno-ekonomiczne, związane z chęcią poprawy poziomu życia, rozwojem zawodowym, zdobyciem specjalistycznego wykształcenia itd. Natomiast natężenie krajowych przepływów migracyjnych determinowane jest w znacznym stopniu sytuacją makroekonomiczną.

Z tego względu w badaniu rozpatrywano okres przed- i po wstąpieniu Polski w struktury Unii Europejskiej. Migracje następują w pewnym odstępie czasu od wystąpienia zmian sytuacji gospodarczej, ze względu na okres potrzebny do podjęcia decyzji o zmianie miejsca zamieszkania. W związku z tym przyjęto trzy podokresy, które są tożsame z sytuacją ekonomiczną Polski oraz koniunkturą gospodarczą. Pierwszy okres dotyczy sytuacji Polski przed wstąpieniem do UE (2000-2003). Drugi okres dotyczy pierwszych lat po akcesji, którym towarzyszyło wyraźne ożywienie gospodarcze w kraju (2004-2007). Trzeci okres wiąże się ze światowym kryzysem finansowym i gospodarczym (2008-2010), który wpłynął na zwolnienie tempa wzrostu gospodarczego w Polsce oraz zmniejszenie natężenia krajowego ruchu migracyjnego. Z tego względu, że migracje są procesem długotrwałym (zob. np. Holzer 2003), za zmienną objaśnianą przyjęto zagregowaną wielkość przepływów w każdym okresie².

¹ W badaniu rozpatrywano wielkość przepływów migracyjnych między województwami. Każda para województw została uwzględniona dwukrotnie, w kontekście regionu odpływu i napływu. Pominięto natomiast przepływy wewnątrz województw. Choć jest to podejście niewyczerpujące temat migracji, pozwoliło zrealizować przyjęty cel badania.

² Uwzględniono dane GUS dotyczące wielkości wymeldowań i zameldowań na pobyt stały według kierunku. Należy jednak pamiętać, że dane te nie wyczerpują zagadnienia migracji i reprezentują jedynie wycinek rzeczywistości.

W grupie zmiennych objaśniających przyjęto PKB *per capita*, uznawany za miernik rozwoju regionalnego, a także odległość geograficzną i ekonomiczną. Za punkty odniesienia przyjęto pierwsze lata wyszczególnionych okresów, tj. 2000, 2004 i 2008³. Odległość geograficzną wyznaczono na podstawie fizycznego dystansu między centroidami województw. Natomiast w konstrukcji odległości ekonomicznej uwzględniono zmienne obrazujące profil gospodarczy, poziom inwestycji, dochodowość przemysłu oraz kondycję finansową przedsiębiorstw (tab. 1). Pomiaru odległości ekonomicznej dokonano z wykorzystaniem metryki euklidesowej.

Tabela 1. Mierniki zastosowane w konstrukcji odległości ekonomicznej

Lp.	Zmienna*	Miano
1	Udział pracujących w usługach w pracujących ogółem	%
2	Nakłady inwestycyjne w przedsiębiorstwach na 1 mieszkańca	zł
3	Produkcja sprzedana przemysłu ogółem na 1 mieszkańca	zł
4	Przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto	zł

* podmioty o liczbie pracujących większej niż 9.

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych BDL GUS.

W badaniu dokonano estymacji dwóch specyfikacji modelu grawitacji. Pierwsza z nich uwzględnia odległość geograficzną, a druga odległość ekonomiczną. Oszacowanie ocen parametrów modeli przeprowadzono z wykorzystaniem klasycznej metody najmniejszych kwadratów.

Odległość ekonomiczna jako determinanta przepływów migracyjnych w Polsce

Wyniki estymacji ocen parametrów strukturalnych modeli grawitacji zaprezentowano w tab. 2. W obu specyfikacjach modelu grawitacji wszystkie parametry okazały się statystycznie istotne. Odległość geograficzna uzyskała oceny ujemne, natomiast PKB *per capita* oraz odległość ekonomiczna wykazały stymulujący wpływ na przepływy migracyjne.

Interpretując uzyskane wyniki można zauważyć, że relatywnie dobra sytuacja gospodarcza regionu stanowi czynnik przyciągający przepływy i

³ Podejście uwzględniające przyjęcie dla zmiennych objaśniających roku rozpoczynającego czasokres reprezentujący przepływy migracyjne zalecane jest w pracy [LeSage i Pace 2009].

jednocześnie może być czynnikiem powodującym zwiększony odpływ ludności⁴. Mieszkańcy regionów lepiej rozwiniętych wykazują zatem większą mobilność terytorialną niż ludność regionów słabych. W obu modelach oceny parametru β_2 są znacznie wyższe niż parametru β_1 , we wszystkich okresach. Zatem regiony silniejsze ekonomicznie będą wykazywały dodatnie saldo migracji. Analiza ruchów migracyjnych w Polsce przeprowadzona została również w pracach Matusik, Pietrzak, Wilk (2012), Pietrzak, Drzewoszevska, Wilk (2012), Pietrzak et al. (2012), Pietrzak, Wilk (2013), Pietrzak, Wilk, Chrzanowska (2013), Pietrzak, Wilk, Matusik (2013a, 2013b), Pietrzak, Wilk, Siekaniec (2013), Wilk, Pietrzak (2013), Wilk, Pietrzak, Matusik (2013), Biczkowski et al. (2014), Pietrzak, Wilk (2014) oraz Pietrzak et al. (2014).

Tabela 2. Wyniki estymacji modeli grawitacji

Parametr	Model z odległością geograficzną			Model z odległością ekonomiczną		
	2000-2003	2004-2007	2008-2010	2000-2003	2004-2007	2008-2010
β_1	1,38	1,29	1,26	1,75	1,64	1,51
β_2	2,62	2,62	2,58	2,99	2,93	2,84
γ	-1,43	-1,41	-1,38	0,09	0,44	0,52
Współczynnik determinacji	0,71	0,69	0,69	0,57	0,59	0,59

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych BDL GUS w programie R-CRAN.

Ujemne oceny parametru γ w pierwszym modelu wskazują na zmniejszanie się natężenia migracji wraz ze wzrostem odległości geograficznej. Zatem ludność częściej migruje na mniejsze odległości, prawdopodobnie głównie między regionami sąsiadującymi. Jest to z pewnością wynikiem przesłanek ekonomicznych, np. bliskim położeniem obszarów silnych ekonomicznie.

W przypadku odległości ekonomicznej uzyskane zostały dodatnie oceny parametru γ we wszystkich rozpatrywanych okresach. Oznacza to, że im większa jest odległość ekonomiczna między województwami, tym bardziej intensywne są interakcje między nimi, czyli większy przepływ migracyjny. Wzmoczone ruchy migracyjne obserwowane będą zatem między regionami

⁴ Ludność regionów mocniejszych ekonomicznie jest bardziej skłonna do migracji niż ludność regionów ubogich. Dobra sytuacja gospodarcza regionu przekłada się na lepsze zabezpieczenie finansowe ludności. Ułatwia to decyzję o migracji, ze względu na ograniczenie ryzyka związanego ze zmianą miejsca zamieszkania.

znacząco różniącymi się pod względem rozwoju gospodarczego. Biorąc pod uwagę interpretację ocen parametrów związanych z PKB, logicznym wydaje się uznanie, że najsilniejsze przepływy migracyjne występują z regionów słabszych do regionów mocniejszych ekonomicznie.

Należy również zauważyć, że po wstąpieniu Polski do UE nastąpił znaczny wzrost siły oddziaływania odległości ekonomicznej w porównaniu z okresem poprzednim. Dobra koniunktura gospodarcza i wzrost gospodarczy w Polsce spowodowały zwiększenie roli odległości ekonomicznej w kształtowaniu się krajowych przepływów migracyjnych.

Mimo, że oddziaływanie odległości fizycznej na interakcje między regionami jest relatywnie stałe w czasie, można zauważyć niewielki spadek wartości ocen z okresu na okres. Spadek ten zaobserwować można również w przypadku parametrów β_1 i β_2 dla PKB *per capita*, w obu modelach. Znaczenie odległości ekonomicznej zmienia się w zależności od sytuacji gospodarczej w kraju i makroekonomicznych uwarunkowań jej rozwoju, a różnice w poziomie rozwoju regionów pełnią ważną rolę w przepływach migracyjnych⁵.

Podsumowanie

Odległość ekonomiczna jest jednym z najważniejszych wyznaczników poziomu zależności ekonomicznych oraz intensywności interakcji zachodzących w przestrzeni regionalnej. Zarówno odległość fizyczna, jak i odległość ekonomiczna okazały się istotnymi determinantami zjawiska migracji, które wzajemnie się nie wykluczają. Jednak kierunek ich oddziaływania jest przeciwny. Odległość ekonomiczną można potraktować jako stymulantę, a odległość geograficzną jako destymulantę procesów migracyjnych, co okazało się zgodne z hipotezą pierwszą i trzecią.

Przeprowadzone badanie pozwoliło również na weryfikację hipotezy czwartej. Wstąpienie Polski do UE spowodowało wzrost znaczenia odległości ekonomicznej dla krajowych przepływów migracyjnych. Ponadto oddziaływanie odległości ekonomicznej jest mniej stabilne zarówno w przestrzeni, jak i w czasie, niż w przypadku odległości geograficznej, co pozwala przyjąć hipotezę drugą.

Problemem otwartym jest natomiast porównanie siły wpływu odległości geograficznej i odległości ekonomicznej na interakcje między regionami, a

⁵ Wartości ocen parametru γ , a także β_1 i β_2 , w obu modelach są nieporównywalne z uwagi na różnicę mian w przypadku odległości geograficznej, odległości ekonomicznej i PKB *per capita*.

także określenie udziału każdej z nich w kształtowaniu zjawisk przestrzennych. Wydaje się, że jednym z rozwiązań może być sprowadzenie do porównywalności, np. za pomocą normalizacji, wyników pomiaru obu odległości. Jednak zdaniem autorów takie podejście również nie uprawomocnia do sporządzenia oceny odnośnie stopnia oddziaływania obu rodzajów odległości. Rozwiązanie tego problemu wymaga prowadzenia dalszych badań.

Bibliografia

- Anselin L. (1988), *Spatial econometrics: methods and models*, Kluwer Academic, Dordrecht.
- Bal-Domańska B., Wilk J. (2011), *Gospodarcze aspekty zrównoważonego rozwoju województwa – wielowymiarowa analiza porównawcza*, "Przegląd Statystyczny", No. 3-4, Vol. 58.
- Biczkowski M., Muszyńska M., Müller-Frączek I., Pietrzak M. B., Wilk J., (2014), *The delimitation of bipolar metropolitan area within the kujawsko-pomorskie region*, „Oeconomia Copernicana”, nr 2, [w druku].
- Chojnicki Z., Czyż T., Ratajczak W. (2011), *Modele potencjału. Podstawy teoretyczne i zastosowania w badaniach przestrzenno-ekonomicznych oraz regionalnych*, Bogucki Wydawnictwo Naukowe, Poznań.
- Chojnicki Z. (1966), *Zastosowanie modeli grawitacji i potencjału w badaniach przestrzenno-ekonomicznych* PWN, Warszawa.
- Cliff A.D., Ord J.K. (1973), *Spatial Autocorrelation*, Pion, London.
- Cliff A.D., Ord J.K., *Spatial Processes: Models and Applications*, Pion, London 1981.
- Grabiński T., Malina A., Wydymus S., Zeliaś A. (1988), *Metody statystyki międzynarodowej*, PWE, Warszawa.
- Holzer J.Z. (2003), *Demografia*, PWE, Warszawa.
- LeSage J.P., Pace R.K. (2009), *Introduction to Spatial Econometrics*, CRC Press, New York.
- Letouzé E., Purser M., Rodríguez F., Cummins M. (2009), *Revisiting the Migration-Development Nexus: A Gravity Model Approach*, "Human Development Research Paper", UNDP, Vol. 44.
- Matusik S., Pietrzak M.B., Wilk J. (2012), *Ekonomiczne-społeczne uwarunkowania migracji wewnętrznych w Polsce w świetle metody drzew klasyfikacyjnych*, „Studia Demograficzne”, nr 2(162), 3-28.
- Młodak A. (2006), *Analiza taksonomiczna w statystyce regionalnej*, Difin, Warszawa.
- Müller-Frączek I., Pietrzak M.B. (2008), *Wykorzystanie narzędzi statystyki przestrzennej do identyfikacji kluczowych ośrodków rozwoju województwa Kujawsko-Pomorskiego*, „Acta Universitatis Nicolai Copernici. Ekonomia” z. 38, s. 229-238.

- Müller-Frączek I., Pietrzak M.B. (2009a), *Analiza porównawcza rozwoju ekonomicznego województwa kujawsko-pomorskiego w latach 2003 i 2007 z wykorzystaniem narzędzi statystyki przestrzennej*, „Acta Universitatis Nicolai Copernici. Ekonomia” z. 39, s. 135-145.
- Müller-Frączek I., Pietrzak M.B. (2009b), *Potencjał ekonomiczny jako miara społeczno-ekonomicznego rozwoju regionu na przykładzie województwa kujawsko-pomorskiego*, „Acta Universitatis Nicolai Copernici. Ekonomia” z. 40, s. 87-100.
- Müller-Frączek I., Pietrzak M.B. (2011a), *Space-time modelling of the unemployment rate in Polish poviats*, „Dynamic Econometric Models” vol. 11, Wydawnictwo UMK, s. 203-213.
- Müller-Frączek I., Pietrzak M.B. (2011b), *Analiza stopy bezrobocia w Polsce z wykorzystaniem przestrzennego modelu MESS*, „Acta Universitatis Lodzianis, Folia Oeconomia” 253, s. 215-223.
- Müller-Frączek I., Pietrzak M.B. (2012), *Analiza stopy bezrobocia w Polsce w ujęciu przestrzenno-czasowym*, „Oeconomia Copernicana” nr 2, Wydawnictwo UMK, s. 43-55.
- Müller-Frączek I., Pietrzak M.B., (2013), *Zastosowanie modelu MESS w przestrzenno-czasowej analizie stopy bezrobocia w Polsce*, „Acta Universitatis Lodzianis, Folia Oeconomia” 293, s. 101-108.
- Parysek J. (2003), *Metropolie: metropolitalne funkcje i struktury przestrzenne*, [in:] Jażdżewska I. (ed.) *Funkcje metropolitalne i ich rola w organizacji przestrzeni*, Wyd. UŁ, Łódź.
- Pietrzak M.B. (2010), *Wykorzystanie odległości ekonomicznej w przestrzennej analizie stopy bezrobocia dla Polski*, „Oeconomia Copernicana” Nr 1, Wydawnictwo UMK, s. 79-98.
- Pietrzak M.B. (2011), *Wykorzystanie przestrzennego modelu regresji przełącznikowej w analizie stopy bezrobocia dla Polski*, „Modelowanie i prognozowanie gospodarki narodowej” 4/8, s. 453-466.
- Pietrzak M.B. (2012a), *Wykorzystanie przestrzennego modelu regresji przełącznikowej w analizie regionalnej konwergencji w Polsce*, „Ekonomia i Prawo” Tom XI, nr , s. 167-185.
- Pietrzak M.B. (2012b), *Interpretation of the structural parameters of the SDM model based on the example of the analysis of average gross wages and salaries in Poland*, „Methods and Models for Analysing and Forecasting Economic Processes”, , s. 44-55.
- Pietrzak M.B. (2013), *Interpretation of Structural Parameters for Models with Spatial Autoregression*, „Equilibrium” Vol. 8 I. 2,, s. 129-155, <http://dx.doi.org/10.12775/EQUIL.2013.010>.
- Pietrzak M.B., Drzewoszevska N., Wilk J. (2012), *The analysis of interregional migrations in Poland in the period of 2004-2010 using panel gravity model*, „Dynamic Econometric Models”, Vol. 12, 111-122, <http://dx.doi.org/10.12775/DEM.2012.008>.
- Pietrzak M.B., Żurek M., Matusik S., Wilk J. (2012), *Application of Structural Equation Modeling for analysing internal migration phenomena in Poland*, „Przegląd Statystyczny” nr 4, R. LIX, 487-503.

- Pietrzak M.B., Wilk J., Matusik S. (2013a), *Analiza migracji wewnętrznych w Polsce z wykorzystaniem modelu grawitacji*, „Acta Universitatis Lodziensis, Folia Oeconomia” 293, s. 27-36.
- Pietrzak M.B., Wilk J., Matusik S. (2013b), *Gravity model as a tool for internal migration analysis in Poland in 2004-2010*, [in:] Pocięcha J. (ed.) *Quantitative Methods for Modelling and Forecasting Economic Processes*, Wyd. UE w Krakowie, Kraków, s. 108-120.
- Pietrzak M.B., Wilk J. (2013), *Obszary metropolitalne Polski południowej a ruch migracyjny ludności*, „Ekonomia i Prawo” Tom XII, nr 2, s. 489-506.
- Pietrzak M.B., Wilk J., Siekaniec M. (2013), *The impact of metropolitan areas on internal migrations in Poland. The case of southern regions*, [in:] Papież M., Śmiech S. (ed.), *Proceedings of the 7TH Professor Aleksander Zelias International Conference on Modelling and Forecasting of Socio-Economic Phenomena*, Foundation of the Cracow University of Economics, Cracow, s. 124-132.
- Pietrzak M.B., Wilk J., Chrzanowska M. (2013), *Economic situation of eastern Poland and population migration movement*, „Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych” Vol. XIV, No 2, s. 148-157.
- Pietrzak M.B., Wilk J., Kossowski T., Bivand R. (2014), *The identification of spatial dependence in the analysis of regional economic development - joint-count test application*, [w:] Papież M. & Śmiech S. (Ed.), *Proceedings of 8th Professor Aleksander Zelias International Conference on Modelling and Forecasting of Socio-Economic Phenomena*, Foundation of the Cracow University of Economics, Cracow, [w druku].
- Sen A., Smith T.E. (1995), *Gravity Models of Spatial Interaction Behavior*, Springer, Berlin Heidelberg New York.
- Strahl D. (ed.) (2006), *Metody oceny rozwoju regionalnego*, Wydawnictwo AE we Wrocławiu, Wrocław.
- Strahl D. (2007), *Propozycja miary efektywności innowacyjności w hierarchicznym przekroju regionalnym z wykorzystaniem European Innovation Scoreboard* [in:] Dziechciarz J. (ed.), *Ekonometria 19*, PN UE we Wrocławiu, No. 1180, Wrocław.
- Strahl D. (2006), *Strukturalna miara rozwoju obiektów hierarchicznych* [in:] Dziechciarz J. (red.), *Ekonometria 16*, PN UE we Wrocławiu, No. 1100, Wrocław.
- Suchecki B. (ed.) (2010), *Ekonometria przestrzenna. Metody i modele analizy danych przestrzennych*, C.H. Beck, Warszawa.
- Timbergen J. (1962), *Shaping the World Economy*, The Twentieth Century Fund inc, New York.
- Wilk J., Bartłomowicz T. (2012), *Wielowymiarowa analiza zmian demograficznych w Polsce w świetle koncepcji zrównoważonego rozwoju*, „Studia Demograficzne”, No. 2(162).
- Wilk J., Pietrzak M., Matusik S. (2013), *Sytuacja społeczno-gospodarcza jako determinanta migracji wewnętrznych w Polsce* [in:] Jajuga K., Walesiak M. (red.), *Taksonomia 20. Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania*, PN UE we Wrocławiu, No. 278, Wrocław.

- Wilk J., Pietrzak M.B., Matusik S. (2013), *Sytuacja społeczno-gospodarcza jako determinanta migracji wewnętrznych w Polsce*, [w:] Jajuga K., Walesiak M. (red.) *Taksonomia 20-21. Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania*, PN UE we Wrocławiu, 330-342.
- Wilk J., Pietrzak M.B. (2013), *Analiza migracji wewnętrznych w kontekście aspektów społeczno-gospodarczych – podejście dwuetapowe*, „*Ekonometria*” 2(40), Wyd. UE we Wrocławiu, s. 62-73.
- Wilk J. (2011), *Taksonomiczna analiza rynku pracy województw Polski – podejście symboliczne* [in:] Dziechciarz J. (ed.), *Ekonometria 34. Zastosowania metod ilościowych*, PN UE we Wrocławiu, No. 200, Wrocław.
- Zeliaś A. (ed.) (2004), *Poziom życia w Polsce i krajach Unii Europejskiej*, PWE, Warszawa.
- Zeliaś A. (1991), *Ekonometria przestrzenna*, PWE, Warszawa.